محاضرة 8: Histogram

المحتوى: (1) Histogram Specification
(2) Global Vs Local Histogram

الملاحظة في آخر محاضرة 7 انساها تماما ولا كأنك شفتها

ال Histogram Specification

* الفكرة إنك لو عندي Histogram معين لصورة وعايز أغيره إلى Specified Histogram (لأنه مش دالماد equalization هو أصل) يعني شكل محدد لل Histogram من اختياري مش هعرف أغيره مباشرة لل specified Histogram

- ممكن أعمل إيه؟

- هحول ال input Histogram بتاعي ل equalized Histogram
- وهحول ال specified Histogram اللي عايزه إلى equalized برده
- بقى عندي الاتنين بيساووا ال equalized Histogram أقدر أعمل مسار equalized Histogram رجوع لل Specified Histogram

* لو قلت إن ال equalized Histogram هو S وال input Histogram هو r

وال specified Histogram هو Z

عملية تحويل ال r لـ S هسميها T، وتحويل ال Z إلى S هسميها G

* هنفرض على Analog Image

$$S = T(r) = (L-1)\int_0^r p(w)\,dw \quad (1)$$

also $$S = G(Z) = (L-1)\int_0^Z p(t)\,dt \quad (2)$$

$$\therefore \; (1) = (2)$$

هنساوي الطرفين ببعض ونخلي ال Z في طرف وال r في طرف

الفكرة بعد ما مليت الـ r ، z الاتنين equalized أقدر أطبق $G^{-1}(z)$ عشان أرجع من s إلى z

* مثال: مديني في المسألة الـ input Histogram بالشكل ده:

$$P_r(r) = \begin{cases} \frac{2r}{(L-1)^2} & 0 \leq r \leq (L-1) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ومطلوب إني أحوله لـ Histogram بالشكل ده

$$P_z(z) = \begin{cases} \frac{3z^2}{(L-1)^3} & 0 \leq z \leq (L-1) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

الحل: هجيب الـ s مرتين بدلالة كل Histogram مرة

(1) $$s = T(r) = (L-1)\int_0^r P_r(w)\,dw = \frac{2}{(L-1)}\int_0^r w\,dw = \frac{r^2}{(L-1)}$$

(2) $$s = G(z) = (L-1)\int_0^z P_z(w)\,dw = \frac{3}{(L-1)^2}\int_0^z w^2\,dw = \frac{z^3}{(L-1)^2}$$

* التكامل بسيط وأنا اختصرته، تعوض مباشر مفهوش أي مشاكل

* ممكن من (2) نقول الـ z بدلالة الـ s

$$s = \frac{z^3}{(L-1)^2}$$

ضرب طرفين في وسطين وناخد الجذر التالت للطرفين

$$z = \sqrt[3]{(L-1)^2 s} = \left[(L-1)^2 s\right]^{1/3} \quad (3)$$

* نعوض عن قيمة الـ s في معادلة (3) بقيمتها من معادلة (1) $\quad s = \frac{r^2}{L-1}$

$$\therefore z = \left[(L-1)^{\cancel{2}} \times \frac{r^2}{\cancel{(L-1)}}\right]^{1/3} = \left[(L-1) \times r^2\right]^{1/3}$$

* متفكرش تحفظ معادلة ال z في ال r عشان هتكون جدا تتغير، افهم الحسبة بتاعتها لأنها سهلة.

* نركز مع في حالة ال Digital لأن دي اللي تهمنا

* في ال Digital مش هقدر أوصل لل specified بالظبط بس بتبقى approximated

* هنقول S_k هي ال equalized Histogram بتاع ال r_k وال S_q هي ال equalized Histogram بتاع z_q

* هلاقي بعد ال Quantization قيم لل S_k وال S_q، لو فرضت إنه عندي قيم لل S_q زي (3 , 4) وفي ال S_k لقيت قيمة (2).

- واضح إنه مفيش قيمة $S_k = S_q$، في الحالة دي هختار أقرب رقم من S_q لل S_k،

- في الأمثلة مختار أقرب أقل رقم فهيبقى ال 3

- لو فرضنا كانت S_k بـ (2) و S_q ليها قيم (3 , 5)، يبقى هختار من S_q القيمة (3)

- لو فرضنا S_k بـ (4) وعندي S_q ليها قيم (2 , 5) يبقى هختار من S_q القيمة (5)

- لو فرضنا S_k بـ (4) وعندي S_q ليها قيم (3 , 5) يبقى هختار من S_q القيمة (3) ... وهكذا

لو فرضنا S_k ليها القيم (3 , 4) و S_q ليها قيم (2 , 6 , 7) يبقى لل S_k عند 3 هختار S_q بـ 2، وعند ال S_k بـ 4 هختار 2 برده لأنها أقل أقرب قيمة

* ناخد بقى مثال على الكلام ده

* نفس مثال محاضرة رقم 7 بس عايز يوصل ل specified Histogram

وهديني الجدول بتاعه

(∑ ← على التكامل) الأول بس نعرف المعادلات في ال Digital شكلها ازاي

$$S_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) \quad (1)$$

$$= \frac{(L-1)}{MN}\sum_{j=0}^{k} n_j \quad (2)$$

$$S_q = G(z_q) = (L-1)\sum_{i=0}^{q} p_z(z_i)$$

* في المثال بستعمل $G(z_q)$ بدل ما يقول S_q ، هنستعمل اختصار ال S_q

* راجع المثال في سلايد 8.6 بعد ما تخلص المثال ده

---

* معطى في المثال ال n_k, r_k وجدول لل z_q وال $p_z(z_q)$ ، هنحاول نوصل

من $p_r(r_k)$ لل $p_z(z_q)$ بس هنبقى approximated ، القيمة اللي وصلها

مش هتبقى بالظبط هي $p_z(z_q)$ فهيديها اسم $p_z(z_k)$ عشان يفرقهم

* الخطوات اللي عملناها في المثال السابق هنختصر شوية في المكرر منها ، والرسم موجود

فمش هنكرره (في السلايد) عشان المفروض فهمناه من المحاضرة اللي فاتت

لو مش مدهاني احسبها ← * Given *

r_k	n_k	$p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN}$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

هحاول أوصله بس مش هيبقى بالظبط وهنشوف ازاي

z_q	specified $p_z(z_q)$
$z_0 = 0$	0.00
$z_1 = 1$	0.00
$z_2 = 2$	0.00
$z_3 = 3$	0.15
$z_4 = 4$	0.20
$z_5 = 5$	0.30
$z_6 = 6$	0.20
$z_7 = 7$	0.15

* Solution *

* الأول هنحسب الـ S_K بنفس الطريقة في محاضرة 7 صفحة 7 و 8 ، راجعهم عشان تفهم الجدول ده جاي منين

(1)

r_K	$S_K = T(r_K)$
$r_0 = 0$	$1.33 \rightarrow 1$
$r_1 = 1$	$3.08 \rightarrow 3$
$r_2 = 2$	$4.55 \rightarrow 5$
$r_3 = 3$	$5.67 \rightarrow 6$
$r_4 = 4$	$6.23 \rightarrow 6$
$r_5 = 5$	$6.65 \rightarrow 7$
$r_6 = 6$	$6.86 \rightarrow 7$
$r_7 = 7$	$7.0 \rightarrow 7$

نحسب بقى الـ S_q بنفس الطريقة اللي حسبنا بيها الـ S_K ، ونعمل جدول (2) و (3) ,(4)

(2)

Z_q	$S_q = G(z_q)$
$z_0 = 0$	0
$z_1 = 1$	0
$z_2 = 2$	0
$z_3 = 3$	$1.05 \rightarrow 1$
$z_4 = 4$	$2.45 \rightarrow 2$
$z_5 = 5$	$4.55 \rightarrow 5$
$z_6 = 6$	$5.95 \rightarrow 6$
$z_7 = 7$	$7.0 \rightarrow 7$

ازاي حسبنا قيم جدول 2 ؟ شوف معادلة S_q في صفحة 4

$$S_0 = (L-1) \sum_{i=0}^{0} P_z(z_i)$$

من الجدول في صفحة 4

$$= 7\ P_0(z_0) = 7 * 0 = 0$$

$$S_1 = S_0 + 7\ P_1(z_1) = 0 + 0 = 0$$

$$S_2 = S_1 + 7\ P_2(z_2) = 0 + 0 = 0$$

$$S_3 = S_2 + 7\ P_3(z_3) = 0 + 7 * 0.15 = 1.05$$

$$S_4 = S_3 + 7 P_4(z_4) = 1.05 + 7 * 0.20 = 2.45$$

$$S_5 = S_4 + 7 P_5(z_5) = 2.45 + 7 * 0.30 = 4.55$$

$$S_6 = S_5 + 7 P_6(z_6) = 4.55 + 7 * .20 = 5.95$$

$$S_7 = S_6 + 7 P_7(z_7) = 5.95 + 7 * 0.15 = 7.0$$

(3)

r_K	$S_K = T(r_K)$	$S_q = G(z_q)$	Z_q
$r_0 = 0 \rightarrow$	1	0	$z_0 = 0$
$r_1 = 1 \rightarrow$	3	0	$z_1 = 1$
$r_2 = 2 \rightarrow$	5	0	$z_2 = 2$
$r_3 = 3 \rightarrow$	6	$1 \rightarrow$	$z_3 = 3$
$r_4 = 4 \rightarrow$	6	$2 \rightarrow$	$z_4 = 4$
$r_5 = 5 \rightarrow$	7	$5 \rightarrow$	$z_5 = 5$
$r_6 = 6 \rightarrow$	7	$6 \rightarrow$	$z_6 = 6$
$r_7 = 7 \rightarrow$	7	$7 \rightarrow$	$z_7 = 7$

عندي 5 قيم لـ S_K هختار من S_q القيم اللي تساوي أو قريبة من S_K وأعمل جدول 4

* عشان محدش في S_K رقم (3) فدت (2) عشان هو الأقرب لـ 3

(4) يعني جدول (3) ، اني لو عايز أعمل Mapping لـ r_3, r_4 مثلاً ، هيبقو 6 ، ثم 6 في الـ S_q ثم 6 في الـ Z_q ،

ولو كان مثلاً لـ r_1 هيبقى 1 ثم 2 في الـ S_q ثم 4 في الـ Z_4

r_K	Z_q
r_0	z_3
r_1	z_4
r_2	z_5
r_3, r_4	z_6
r_5, r_6, r_7	z_7

Lookup table

* لاحظ إنك في جدول z_q في صفحة [4] كان عندنا Specified Histogram ، لكن قولنا مش هنعرف أوصله ، وهيبقى Approximated ، نشوف الـ Actual طلع بإيه وابقى شوف جدول المقارنة في سلايد 8.6 على الشمال تحت

* هنحسب الـ Actual Histogram من جدول (4)

$P(z_0) = 0$ ← مفيش Mapping من r_k لحاجة z_0

$P(z_1) = 0$

$P(z_2) = 0$

$P(z_3) = p(r_0) = \frac{790}{4096} = 0.19$ ← إما تحسبها $\frac{n_k}{MN}$ أو تجيب قيمة $p(r_0)$ من الجدول في صفحة [4]

$P(z_4) = p(r_1) = 0.25$

$P(z_5) = p(r_2) = 0.21$

* لو مش محتاج $P_r(r_k)$ متحسبهاش ولا تضيع وقتك فيها

$P(z_6) = p(r_3) + p(r_4) = 0.16 + 0.08 = 0.24$

$P(z_7) = p(r_5) + p(r_6) + p(r_7) = 0.06 + 0.03 + 0.02 = 0.11$

* لما تيجي تقارن الـ Actual بالـ specified هيديك الجدول تحت على الشمال في سلايد [8.6]

* شوف التطبيق في سلايد [8.7] و [8.8] ، في سلايد 8.7 عمل equalization وقالك مش حلو ، فراح عمل Histogram specification في [8.8]

Local vs Global Histogram (هنشرح في الآخر المثال بتاع شيت

8 هو مسألة رقم 3 عشان مهم (من وجهة نظري)

* المشكلة بتبدأ إنك ممكن تكون فيه منطقة صغيرة في الصورة عايز أعملها Enhancement بس عشان هي صغيرة وعدد البكسلز فيها قليل ، لما باخد الـ Histogram بتاع الصورة كلها ، تأثيرهم على الـ Histogram هيبقى محدود لأن عددهم قليل ، وبالتالي لو هعمل الـ Enhance على الـ Histogram بتاع الصورة كلها مش هظبط الحتة اللي عايزها.

* الحل إني أعمل window وأمشيها على الصورة كلها بحيث في كل مرة بغير في الـ Histogram بغير على الـ Histogram بتاع الـ window مش الصورة كلها ، وبالتالي لما الـ window توصل للجزء الصغير هيتعمله Enhancement كويس . (الـ Local عشان الـ window)

* راجع سلايد [8.9] و [8.10] ، وهنشرح آخر نقطة في سلايد [8.9] بالمثال في الآخر هي مسألة 3 في شيت 8)

* في سلايد [8.10] ، الصورة في النص عمل Global Histogram equalization اللي احنا عارفينه
و الصورة على اليمين عمل عليها Local Histogram equaliz... (عملها بـ window)

---

* سلايد [8.12] مش مطالب بالمعادلات فيها، ممكن تعمل skip
* هنلخص الكلام بتاع سلايد [8.11] و [8.13]
* هيوظف الـ Histogram Statistics في إنه يحسن الصورة.
* الفكرة، إنه الـ Histogram equalization & specification سواء كان Local أو Global
* بيشتغل على كل الـ pixels ، عشان أوفر Computation ، وكمان ممكن مش محتاج أعمل Enhancement للصورة كلها ، ليه محددش الشغل في المنطقة اللي عايزها وبس؟ أو المنطقة اللي محتاجها؟
* ممكن نعمل زي pre-processing بحدد فيه المنطقة اللي هتتحسن من خلال شوية statistics (شغل على الـ Stochastic processes (Random variables
* هعمل الـ Statistics مرة Global ومرة Local على قد الـ window ، وعندي شوية parameters ، هقارن الـ Local بالـ Global Statistics ، وبناء على
* الـ parameter بقرر هعدل في المنطقة الـ Local دي ولا لأ.
هيوظف الـ mean والـ standard deviation في الموضوع ده ، اللي هو بيعرف متوسط قيم الـ pixels وتوزيع الـ pixels حوالين ~~المتوسط~~ الـ mean value
* الـ mean ممكن يجيبه من الـ Histogram أو يحسبه مباشرة زي ما عملنا في الـ probabilistic Models
المعادلة هي الموجودة في سلايد 8.13 ، ومعناها:
لو لقيت الـ mean بتاع الـ Local أقل من قيمة معينة خاصة بالـ Global والـ SD اللي هو S_{xy} محصور بين قيمتين بالاعتماد على الـ Global SD لا هعمل الـ $E * f(x,y)$
* الـ S_{xy} هي الـ window بتاعتي ليها أبعاد $r \times c$ وكل ما يحصل هو Local
الـ K_0, K_1, K_2, E دي بـ parameters ، معرفش بيختاروا قيمها ازاي ، بس أعتقد بالتجربة

فاضل شرح جزئية تحريك ال window في ال Local Histogram processing

* هنفرض عندي صورة ال L = 4 ، وأبعاد الصورة هي 4*5 وال window حجمها 3x3 .

L	C	R		
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

①

	L	C	R	
0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

②

لو حطيت ال center بتاع ال window زي ماهي ① . ممكن نقول إنه Pr (rk) هتبقى

$$P_r(r_k) = \frac{n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k}}{n = 9}$$

حيث r_k هي ال intensity ، n_{L_k} هي عدد ال pixels في العمود على الشمال اللي ليها القيمة r_k

و n هو أبعاد ال window أو عدد ال pixels في ال window (شبه ال MN في ال global

* ممكن نقول إنه ال n_k هي

$$\boxed{n_k = n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k} \quad (*)}$$

وتبقى ال $P_r(r_k)$ كالتالي

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad (**)$$

لما نعمل ال Shift لل window زي ماهي رقم ② مش محتاج أعمل كل الحسابات لل window تاني لأنه عشان ال C_2 (ال C في ②) هي R_1 ، و L_2 هي C_1 (ال C في ①) ومحتاج بس أحسب عند R_2

* لو قولنا إنه ال $P_r(r_k)$ الجديدة في ② اسمها $P'_r(r_k)$

* الفكرة هاخد R_1 , C_1 وأجمع عليهم R_2 ← الجزء الجديد

ممكن نقول

$$P'_r(r_k) = \frac{1}{n}\left(n_{L_k} + n_{C_k} + n_{R_k}\right)$$

جديدة من ② ، جديدة ، جديدة

نفس اللي فاتت بس هنستفيد من إننا حسبنا $P_r(r_k)$ مرة باستخدام (*)

$$P'_r(r_k) = \frac{1}{n}\left(n_k - n_{L_k} + n_{R_k}\right)$$

القديمة من ① ، القديمة من ① ، الجديدة من ②

وأنا عارف إنه من (**)

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

هعوض بيها في $P'_r(r_k)$

$$P'_r(r_k) = P_r(r_k) + \frac{1}{n}\left[n_{R_k} - n_{L_k}\right]$$

← القديمة ، ← الجديدة من R_2 ، القديمة من L_1

نفس الكلام ممكن نطبقه على ال move down - up لل window

نجرب احتمال اللي فات بالأرقام بفرض $r_0 = 0,\ r_1 = 1,\ r_2 = 2,\ r_3 = 3$

① L C R

0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

$$P_0(r_0) = \frac{2}{9}$$
$$P_1(r_1) = \frac{3}{9}$$
$$P_2(r_2) = 2/9$$
$$P_3(r_3) = 2/9$$

② L C R

0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

الصفر ظهر مرة واحدة في ② في R

الصفر ظهر مرة واحدة في ① في L

$$P'_0(r_0) = P_0(r_0) + \frac{1}{9}[1 - 1]$$
$$P'_1(r_1) = P_1(r_1) + 1/9[1 - 0] = \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$
$$P'_2(r_2) = P_2(r_2) + \frac{1}{9}[0 - 2] = \frac{2}{9} - \frac{2}{9} = 0$$
$$P'_3(r_3) = P_3(r_3) + \frac{1}{9}[1 - 0] = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = 3/9$$

③ L C R

0	1	1	3	2
2	3	3	1	2
2	1	0	0	0
1	0	3	1	1

$$P''_0(r_0) = P'_0(r_0) + \frac{1}{9}[1 - 0] = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = 3/9$$
$$P''_1(r_1) = P'_1(r_1) + \frac{1}{9}[0 - 2] = \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = 2/9$$
$$P''_2(r_2) = P'_2(r_2) + \frac{1}{9}[2 - 0] = 0 + \frac{2}{9} = 2/9$$
$$P''_3(r_3) = P'_3(r_3) + \frac{1}{9}[0 - 1] = \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

نفس الكلام ممكن نعمله لو بنتحرك من اليمين للشمال

أو من فوق للتحت أو من تحت لفوق